

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ 2025/26 УЧЕБНОГО ГОДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Код/шифр участника

М	1	0	А	4			
---	---	---	---	---	--	--	--

ИВАНЮК ДАНИИЛ ДЕНИСОВИЧ

(фамилия, имя, отчество)

10 А

(класс обучения)

10

(класс участия)

Муниципальное бюджетное общеобразовательное
учреждение «Центр образования «Интеллект»

(полное наименование образовательной организации)

Задача 10.1

Пусть x - скорость первого велосипедиста. Рассмотрим случай, когда велосипедисты едут в одну сторону. Время движения обоих велосипедистов равно 3 часам, тогда S_1 велосипедиста $= 3x$, а S_2 велосипедиста $= 3(9 + 3x)$. $9 + 3x = 9 + 3x$. v_2 - скорость второго велосипедиста $= \frac{9 + 3x}{3}$. Рассмотрим случай движения в

разные стороны!

Время движения первого $= \frac{1}{3}$ ч, тогда $S_1 = x \cdot \frac{1}{3}$, а $S_2 = \frac{9 + 3x}{3} \cdot \frac{1}{3}$,

а $S_1 + S_2 = 9$ км.

Составим уравнение

$$x \cdot \frac{1}{3} + \frac{9 + 3x}{3} \cdot \frac{1}{3} = 9$$

$$x \cdot \frac{1}{3} + (3 + x) \cdot \frac{1}{3} = 9$$

$$\frac{1}{3}x + 1 + \frac{1}{3}x = 9$$

$$\frac{2}{3}x = 8$$

$$x = \frac{8}{1} \cdot \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{8 \cdot 3}{2}$$

$$x = 12$$

$$v_1 = 12 \text{ км/ч} ; v_2 = \frac{9 + 3 \cdot 12}{3} = \frac{9 + 36}{3} = \frac{45}{3} = 15 \text{ км/ч}$$

Ответ: 12 км/ч ; 15 км/ч

Задача 10.2

$$\begin{cases} a_3^2 + a_4^2 + a_3 + a_4 = 2a_3a_4 + 2a_4 + 6 \\ a_5 + a_7 = 3a_6 \end{cases}$$

Пусть $a_1 = a$, $d > 0$ (т.к. прогрессия возрастающая)

Тогда: $a_3 = a + 2d$; $a_4 = a + 3d$; $a_5 = a + 4d$; $a_6 = a + 5d$; $a_7 = a + 6d$

Подставим во второе уравнение

$$(a + 4d) + (a + 6d) = 3(a + 5d)$$

$$2a + 10d = 3a + 15d$$

$$0 = a + 5d ; a = -5d$$

Подставляем $a = -5d$ во второе первое уравнение

Тогда: $a_3 = -5d + 2d = -3d$; $a_4 = -5d + 3d = -2d$; $a_6 = -5d + 5d = 0$

Подставляем

$$(-3d)^2 + (-2d)^2 + (-3d) + (-2d) = 2 \cdot (-3d) \cdot (-2d) + 2 \cdot 0 + 6$$

Малая часть: $9d^2 + 4d^2 - 3d - 2d = 12d^2 - 5d$

Большая часть: $2 \cdot 6d^2 + 0 + 6 = 12d^2 + 6$

$$12d^2 - 5d = 12d^2 + 6$$

$$d^2 - 5d - 6 = 0$$

$$(d-6)(d+1) = 0$$

$$d-6=0 \text{ или } d+1=0$$

$$d=6 \quad d=-1 \text{ - не удовл. усл. зад. } (d>0)$$

$$a = -5d = -5 \cdot 6 = -30$$

$$\text{Ответ: } -30; 6$$

Задача 10.4

Максим может обеспечить победу, выбрав направление, в котором он выстрелит где самые заполненные машины строят. В эту самую заполненную сторону может попасть от двух до трех машин. Рассмотрим оба случая. Если в эту самую заполненную сторону попадет одна машина, Максим выстрелит эту же сторону и у него останется две машины на выстрел. Если же попадет две машины, в таком случае он выстрелит.

Если в эту самую заполненную сторону попадет три машины, то Максим и выстрелит за две машины и выстрелит.

Но может быть и случай, при котором одна комната
заполнена страной, она содержит 3 или 4 машины, Макс
ей вытесняет из ^{на поле} ~~нее~~ остается 2 или 3 машины,
которые он может вытеснить за 3 хода.

Ответ: Максимум

Задача 10.5

Так как каждый из 100 10-ти классников знаком не
более чем с 141 другом. Значит, общее число пар знакомств
с участием их $\leq$ равняется $\frac{100 \cdot 141}{2} = 7050$ пар

Каждый из 30 11-ти классников знаком хотя бы с
75 друзьями. Максимум с друзьями 11-классниками — 29,
Значит каждый 11-ти классник знаком минимум $75 - 29 = 46$ -
10-ти классниками.

Общее число знакомств 11 и 10-классников равно
 $30 \cdot 46 = 1380$.

А так как 700 - знакомств 10-10 и 10-11.

Пусть m - число знакомств 10-11, а k - число знакомств
10-10. Тогда $2k + m \leq 1400$ ($1400 = 100 \cdot 14$), но $m \geq 1380$

$2k \leq 20 \Rightarrow k \leq 10$ - пар знакомств среди 10-классников.

100 десятиклассников в 45 комнатах (по принципу

Дирекле помещается комната с ≥ 3 10-классниками

Таким образом $10(100 - 90 = 10)$ В каждой из этих комнат

для каждой знакомой пары нужна пара знакомств
10-10 (если 11-классников нет или они не знакомы)

ЗАДАЧА № ____.	ЛИСТ <u>ч</u> ИЗ ____	ШИФР (заполняется оргкомитетом)
	(листы по каждой задаче нумеруются отдельно)	

Но ведь всего таких пар ≤ 10 на все лагерь, а известно
 $c \geq 3$ десятиклассников $\geq 10 \Rightarrow$ хотя бы в одной
из этих комнат все 10-классники. Но парно знакомых
и нет знакомств с 11-ми классниками $\Rightarrow$ в этой
комнате нет ни одной пары знакомых.
Доказано! 75